

第 21 天：行测·数量关系·概率与排列组合问题

（一）公式

排列数公式： $A_n^m = n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1) = \frac{n!}{(n-m)!}$, ($m \leq n$) ;

组合数公式： $C_n^m = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)}{m!} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ (规定 $C_n^0 = 1$) 。

条件概率： 在事件 B 已经发生前提下事件 A 发生的概率称为条件概率，即 A 在 B 条件下的概率。

$\frac{P(A/B)}{P(B)}$ 。P(AB) 为 AB 同时发生的概率，P(B) 为事件 B 单独发生的概率。

错位重排问题： $D_1=0, D_2=1, D_3=2, D_4=9, D_5=44, D_6=265\cdots$ (一般只考查 3、4、5、6)。

n 个人环线排列： $A_{n-1}^{n-1} = (n-1)!$

（二）解题方法技巧

1. 捆绑法： n 个不同元素排成一列，要求 m 个元素必须相邻，可以把 m 个元素看成一个整体，此时有 A_{n-m+1}^{n-m+1} 种排法。

2. 插空法： n 个不同元素排成一列，要求 m 个元素元素不相邻，那么可以先排好其余的 (n-m) 个元素，然后将 m 个元素安插到 (n-m) 个元素形成 (n-m+1) 个空之间，有 $A_{n-m}^{n-m} A_{n-m+1}^m$ 种排法。

3. 插板法： 将 n 个相同元素分成 m 堆，每堆至少一个，相当于将 (m-1) 个木板插到 n 个元素形成的 (n-1) 个“空”中，有 C_{n-1}^{m-1} 。

（三）经典例题

1. 小强口袋里有两颗水果糖和四颗牛奶糖，小张随机取出了两颗，两颗糖里有一颗是牛奶糖，问另一颗也是牛奶糖的概率是多少？ ()

- A. $\frac{3}{7}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{2}$

2. 一次会议某单位邀请了 10 名专家，该单位预定了 10 个房间，其中一层 5 间、二层 5 间。已知邀请专家中 4 人要求住二层，3 人要求住一层，其余 3 人住任一层均可，那么要满足他们的住房要求且每人 1 间，有多少种不同的安排方案？ ()

- A. 43200 B. 7200 C. 450 D. 75

3. 某研究所有三种学历的工作人员：博士 3 人，硕士 6 人，本科生 8 人。现在将每个人编号抽签，为了保证一次性选出 6 个相同学历的人员，则至少要抽取 () 个签。

- A. 13 B. 14 C. 15 D. 16

4. 速算比赛，小李全对的概率为 95%，小杨全对的概率为 92%，问这次比赛两人中只有一个人全对的概率为 ()。

- A. 0.046 B. 0.076 C. 0.122 D. 0.874

5. 用 1 分、2 分、5 分的硬币凑成 1 元，共有多少种不同的凑法？ ()

A. 540

B. 541

C. 546

D. 578

【答案与解析】

1. 【答案】A。解析：根据题意，取出的两颗糖里有一颗是牛奶糖，则至少有一颗是牛奶糖，要排除都不是牛奶糖的情况，取出的总的方法共有 $C_6^2 - 1 = 14$ 种，两颗都是牛奶糖的情况为 $C_4^2 = 6$ 种，概率为 $\frac{6}{14} = \frac{3}{7}$ ，故本题选 A。

2. 【答案】A。解析：分步进行安排即可。首先安排需要住二层的需求，从5间二层房间中选出4间，即 A_5^4 ；再安排一层的需求，从5间一层房间中选出3间 A_5^3 ，即；最后安排剩下的3人，即 A_3^3 。最后将所有的步骤相乘，得到 $A_5^4 \times A_5^3 \times A_3^3 = 43200$ 。故本题选 A。

3. 【答案】B。解析：考虑最坏的情况，先抽了博士3人，硕士5人，本科生5人，则接下去只要再抽取一名，都能选出6个相同学历的人员，即至少抽取14个签。故本题选 B。

4. 【答案】C。解析：只有一人全对有两种情况，只有小李全对或只有小杨全对；只有小李全对的概率为： $95\% \times (1-92\%) = 7.6\%$ ；只有小杨全对的概率为： $(1-95\%) \times 92\% = 4.6\%$ 。故只有一人全对的概率为： $7.6\% + 4.6\% = 12.2\%$ ，故正确答案为 C。

5. 【答案】B。解析：假定五分硬币有20个，则没有2分硬币，因此只有一种凑法。假定五分硬币有19个，币值为 $5 \times 19 = 95$ 分，因此要使总币值不超过1元=100分，所取2分硬币的币值不能超过5分。很明显，2分硬币的个数可以为0个，1个，或2个，这样就有三种不同的凑法。如此继续下去，可以看出不同的凑法共有 $1 + 3 + 6 + 8 + 11 + 13 + \dots + 48 + 51 = (1 + 48) + (3 + 46) + (6 + 43) + \dots + (23 + 26) + 51 = 49 \times 10 + 51 = 541$ 。故本题选 B。